UVOD U TEORIJU INFORMACIJA

OSNOVE TELEKOMUNIKACIJA

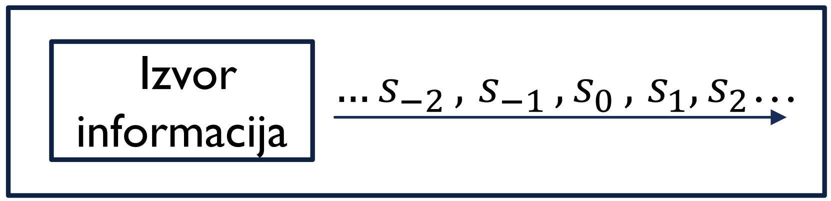
CILJEVI LEKCIJE

- Teorija informacija
- Diskretni i kontinualni izvori informacija
- Diskretni izvori sa memorijom
- Pojam entropije i sopstvene informacije
- Uzajamna informacija
- Brzina prenosa i kapacitet kanala
- Šenonove teoreme izvornog i kanalnog kodiranja
- Osnove kodovanja diskretnog izvora informacija u cilju kompresije poruka
- Koje uslove mora da zadovolje kodovi u cilju efikasne kompresije
- Fundamentalna granica kompresije podataka
- Metode konstrukcije efikasnih kompresionih kodova

POJAM INFORMACIJE

- U svakom telekomunikacionom sistemu postoji izvor koji emituje poruke koje je potrebno prenijeti do odredišta, odnosno korisnika.
- Osnovni zadatak telekomunikacionog sistema je da obezbijedi korektan prenos informacije od izvora do korisnika.
- Pri analizi karakteristika telekomunikacionih sistema potrebno je kvantitativno mjeriti količinu informacija i matematički modelovati izvore informacija.
- Pošto je izlaz iz izvora informacija slučajna veličina, kada se tome doda uticaj slučajnih pojava u toku prenosa, kao što su šum i smetnje, jasno je da problem prenosa određene informacije od izvora do korisnika ima probabilistički karakter.
- U analizi fenomena informacije ima smisla posmatrati diskretne slučajne procese, jer se njima mogu modelovati svi izvori informacija od interesa.

MATEMATIČKI MODEL IZVORA INFORMACIJA



- Izvor je predstavlen slučajnim procesom koji je diskretan u vremenu $\{s_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$
- Slučajna promjenjiva s_i uzima vrijednosti iz diskretnog ili kontinualnog alfabeta.
  - Primjer za prvi slučaj je prenos binarnih podataka, a za drugi diskretizovani govor.
- Najednostavniji model izvora informacija je diskretan izvor bez memorije (*Discrete Memoryless Source*, DMS)
- DMS je slučajni proces diskretan u vremenu, u kome se vrijednosti s_i generišu nezavisno i sa istom raspodjelom.
- Notacija:

$$S = \underbrace{\{s_o, s_1, s_2, \ldots, s_{K-1}\}}_{\text{elementi izvora}}$$

DMS

MATEMATIČKI MODEL IZVORA INFORMACIJA

- Apriori vjerovatnoće emitovanja simbola izvora S su:

$$P(S = s_k) = P_k, \quad k = 0,1,\ldots,K-1 \qquad \sum_{k=0}^{K-1} P_k = 1$$

- Apriorna vjerovatnoća posmatranog simbola ne zavisi od sekvence prethodno emitovanih simbola.
- Pretpostavimo da je u skupu S najizvjesniji simbol s_1, a najmanje izvjestan simbol $s_{\mathrm{K}-1}$
  - Na primjer, ako izvor emituje podatke o vremenskim prilikama i zagađenosti vazduha u nekom gradu, koji se nalazi u tropskom pojasu i koji je poznat po visokoj zagađenosti vazduha, elementi skupa S tada nose informaciju oblika *toplo i zagađeno*, *toplo i blago zagađeno*, *hladno i veoma zagađeno*, itd. Intuitivno je jasno da element skupa S, recimo $s_{\mathrm{K}-1}$, koji nosi informaciju *veoma hladno i blago zagađeno* sadrži najveću količinu informacije.
- Male promjene u apriori vjerovatnoći nekog elementa ne bi trebalo da se značajnije odražavaju na količinu informacije pridruženu tom elementu.
- **Racionalna mjera informacije mora da bude opadajuća i kontinualna funkcija apriori vjerovatnoće elemenata iz posmatranog skupa**. (Zahtjev 1)

SOPSTVENA INFORMACIJA

- Neka se informacija koju sadrži element s_i može podijeliti na dva nezavisna dijela, $s_{i,1}$ i $s_{i,2}$, pri čemu su njihove apriori vjerovatnoće povezane relacijom:

$$P(s_i) = P(s_{i,1})P(s_{i,2})$$

- **Napomena**: *U prethodnom primjeru to odgovara slučaju kada su temperatura i zagađenost vazduha nezavisne veličine, pa se svaki element skupa S može predstaviti u vidu dvije nezavisne komponente.*
- Intuitivno, može se očekivati da je količina informacije sadržana u elementu s_i jednaka zbiru informacija iz $s_{i,1}$ i $s_{i,2}$. (Zahtjev 2)
- Količina informacije sadržana u elementu s_i , čija je apriori vjerovatnoća P_i , mora da ispuni sledeće uslove:
  - Količina informacije zavisi samo od vjerovatnoće P_i, a ne od vrijednosti s_i. Ova funkcija naziva se sopstvena informacija i označava se sa $I(s_i)$.
  - Sopstvena informacija je kontinualna funkcija apriori vjerovatnoće P_i.
  - Sopstvena informacija je opadajuća funkcija apriori vjerovatnoće, što znacni da najmanje vjerovatan element sadrži najveću količinu informacije.

KOLIČINA INFORMACIJE

- Ukoliko je: $s_i = s_{i,1}s_{i,2}$ trebalo bi da važi: $I(s_i) = I(s_{i,1}) + I(s_{i,2})$.
- Jedina funkcija koja zadovoljava navedene zahtjeve je logaritamska, tj. $I(x) = -\log(x)$.
- Osnova logaritma nije od značaja i utiče samo na jedinicu kojom se informacija izražava. Prema tome, sticanje informacije znači otklanjanje neizvjesnosti, tako da se količina informacije definiše u odnosu na elementarnu informaciju na sledeći način:

$$I(s_k) = \log_2[1/P_K], \qquad k = 0,1,\ldots,K-1$$

- Elementarna količina informacije naziva se jedan bit (*binary unit*), i ona se stiče izborom jednog od dva elementarna, jednako vjerovatna događaja. Drugim riječima, emitovanjem simbola čija je apriori vjerovatnoča jednaka $P_k = 1/2$, stiče se količina informacije od 1 bita:

$$I(s_k) = \log_2\left[\frac{1}{1/2}\right] = 1bit$$

- Zvanična jedinica za količinu informacija je *Shannon*, u počast jednom od najpoznatijih velikana u oblasti telekomunikacija. Međutim, uobičajeno je da se za jedinicu količine informacije i dalje koristi naziv **bit**.

ENTROPIJA

- Srednja količina informacije koju izvor emituje (po jednom simbolu) naziva se **entropija**, i definisana je kao

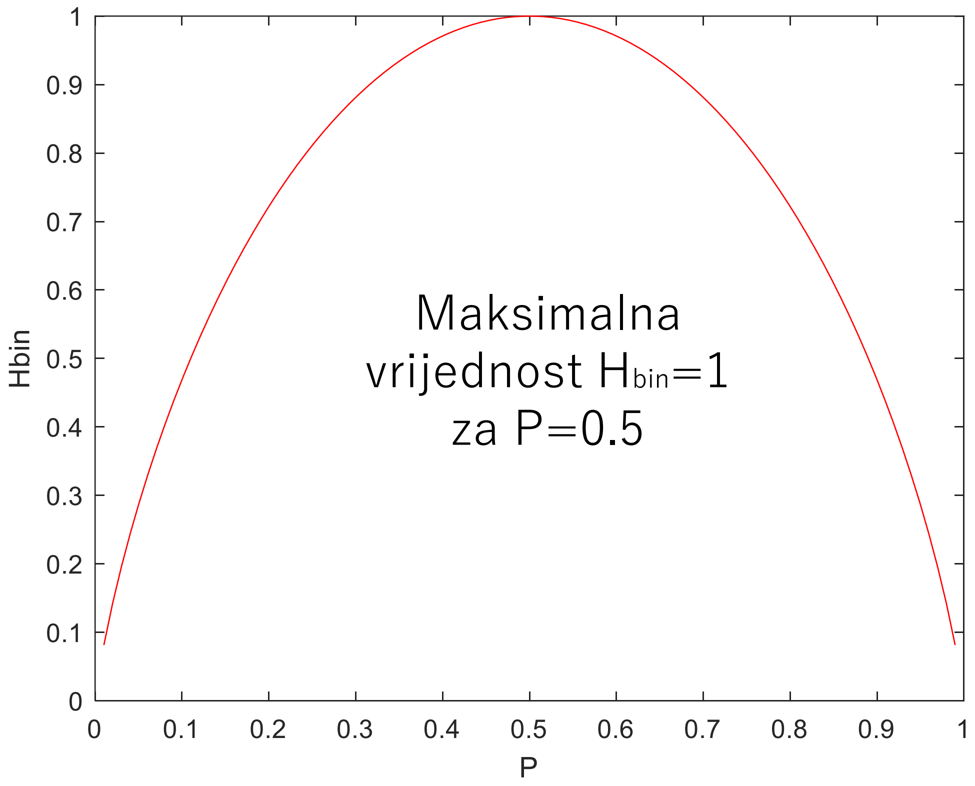
$$H(S) = \sum_{k=0}^{K-1} P_k \log_2[1/P_k]$$

- Entroprija se može posmatrati i kao prosječna mjera neizvjesnosti o tome šta će izvor da emituje. Ukoliko su apriori vjerovatnoće emitovanja **binarnog** izvora P i $1-P$, njegova entropija iznosi:

$$H_{bin} = P\log_2(1/\mathrm{P}) + (1-P)\log_2(\frac{1}{1-\mathrm{P}}).$$

- U opštem slučaju za alfabet sa *n* simbola važi: $0 \leq H(S) \leq \log_2 n.$

ENTROPIJA BINARNOG IZVORA



UZAJAMNA INFORMACIJA

- Kada se posmatraju dvije ili više slučajnih promjenjivih, slično kao što se definišu združene i uslovne vjerovatnoće, mogu se definisati združene i uslovne entropije. Ove veličine naročito su važne pri analizi izvora sa memorijom.
- Združena entropja slučajnih promjenjivih X i Y data je izrazom:

$$H(X,Y) = -\sum_{x,y} P(x,y)\log_2[P(x,y)]$$

- U opštem slučaju za n slučajnih promjenjivih, $\boldsymbol{X} = (X_1, X_2, \ldots, X_n)$, biće:

$$H(\mathbf{X}) = -\sum_{x_1,x_2,\ldots,x_n} P(x_1, x_2, \ldots, x_n)\log_2[P(x_1, x_2, \ldots, x_n)]$$

odnosno, združena entropija predstavlja entropiju slučajnog vektora $\boldsymbol{X}$.

- Ukoliko su slučajne promjenjive nezavisne, važi:

$$H(\boldsymbol{X}) = \sum_{i=1}^{n} H(X_i)$$

UZAJAMNA INFORMACIJA

- Uslovna entropija slučajne promjenjive X, kada je poznata slučajna promjenjiva Y, data je izrazom:

$$H(X|Y) = -\sum_{x,y} P(x,y) \log_2[P(x|y)]$$

što intuitivno odgovara neizvjesnosti u pogledu X, kada je poznata vrijednost $Y = y$.

- U opštem slučaju važi:

$$H(X_n|X_1,\dots,X_{n-1}) = -\sum_{x_1,x_2,\dots,x_n} P(x_1,\dots,x_n)\log_2[P(x_n|x_1,\dots,x_{n-1})]$$

- Združena entropija dvije slučajne promjenjive može se izraziti i kao:

$$H(X,Y) = -\sum_{x,y} P(x,y)\log_2[P(x,y)] = -\sum_{x,y} P(x,y)\log_2[P(y)P(x|y)]$$

$$= -\sum_{x,y} P(x,y)\log_2[P(y)] - \sum_{x,y} P(x,y)\log_2[P(x|y)]$$

$$= -\sum_{y} P(y)\log_2[P(y)] - \sum_{x,y} P(x,y)\log_2[P(x|y)] = H(Y) + H(X|Y)$$

UZAJAMNA INFORMACIJA

- Ukoliko slučajna promjenjiva X_n označava izlaz iz diskretnog izvora (ne nužno bez memorije) u trenutku *n*, tada $H(X_2|X_1)$ označava novu informaciju koju izlaz X_2 pruža onome ko već poznaje X_1.
- Na sličan način zaključuje se da $H(X_n|X_1, X_2, ..., X_{n-1})$ označava novu informaciju koju X_n donosi posmatraču koji poznaje sekvencu $(X_1, X_2, ..., X_{n-1})$. Granica ove uslovne entropije naziva se entropijskim protokom:

$$H = \lim_{n\to\infty} H\left(X_n|X_1, X_2, ..., X_{n-1}\right)$$

  Pretpostavlja se da je posmatrani slučajni proces stacionaran i diskretan u vremenu.
- Pretpostavimo sada da je na ulazu u posmatrani kanal prisutan simbol X, a na izlazu kanala je simbol Y. Prosječna neizvjesnost preostala u simbolu Y je:

$$H(Y|X) = \sum_{i,j} P(x_i, y_j)\log_2\left[\frac{1}{P(y_j|x_i)}\right]$$

- Analogno gornjoj definiciji, prosječna neizvjesnost o poslatom simbolu koja preostaje nakon prijema označava se sa $H(X|Y)$.

UZAJAMNA INFORMACIJA

- Uzajamna informacija data je izrazom:

$$I(X,Y) = H(X) - H(X|Y)$$

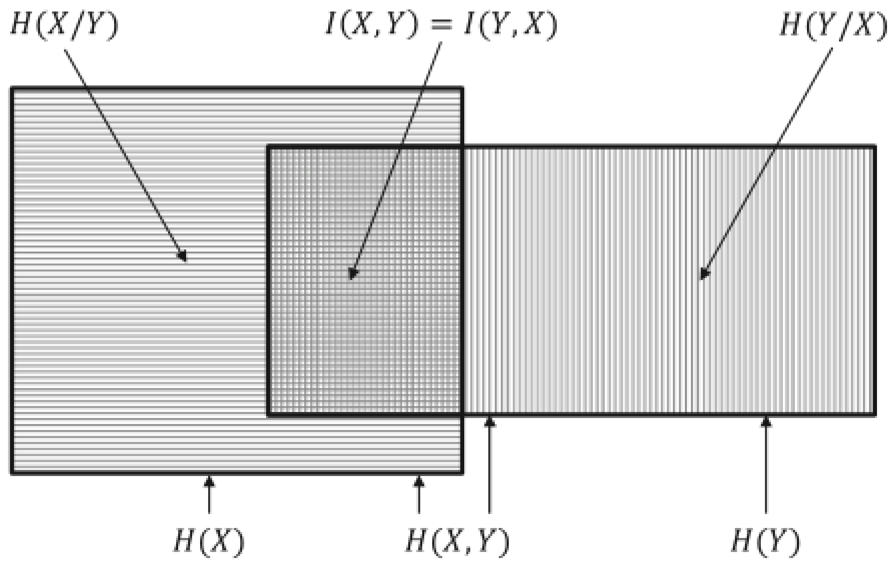
  Pri čemu se ona može shvatiti kao umanjenje neizvjesnosti nakon prijema. Drugim riječima, to je **prenesena količina informacije**.

- Ukoliko se na izlazu kanala generiše simbol nezavisno od simbola na ulazu u kanal, tada je $H(X|Y) = H(X)$. To znači da se kroz kanal ne prenosi informacija. S druge strane, ukoliko je izlaz iz kanala identički jednak njegovom ulazu, nema preostale neizvjesnosti, pa je prenesena količina informacije $H(X)$.

- Uzajamna informacija ima sledeće osobine:

$$I(X,Y) = H(X) + H(Y) - H(X,Y) = I(Y,X)$$
$$I(X,Y) \geq 0$$

UZAJAMNA INFORMACIJA



UZAJAMNA INFORMACIJA - PRIMJER

- Neka su X i Y binarne slučajne promjenjive za koje važi $P(X = 0, Y = 0) = 1/3$, $P(X = 1, Y = 1) = 1/3$ i $P(X = 0, Y = 1) = 1/3$. Odrediti $I(X, Y)$.
- Na osnovu datih podataka slijedi da je

$$P(X = 0) = P(Y = 0) = 2/3$$
$$H(X) = H(Y) = 0.919\ bita/simbolu$$

- Kako je (X, Y) slučajni vektor uniformno raspodjeljen nad vrijednostima (0,0), (1,0) i (0, 1), dobija se:

$$H(X, Y) = \log_2 3 = 1.585$$
$$H(X|Y) = H(X, Y) - H(Y) = 0.666$$
$$I(X, Y) = 0.253\, bita$$

BRZINA PRENOSA INFORMACIJE

- Pretpostavimo da neki izvor informacija šalje poruke brzinom *r* simbola po sekundi.
- Poznavajući vjerovatnoću pojedinačnih simbola možemo izračunati entropiju *H*, tj. prosječnu količinu informacije (u bitima).
- Brzina prenosa informacije jednaka je:

$$R = rH(X)$$

i mjeri se u bitima po sekundi (*b*/*s*).

Primjer: DMS generiše simbole A, B, C i D sa vjerovatnoćama P(A)=0.5, P(B)=0.25, P(C)=0.125 i P(D)=0.125. Ukoliko DMS generiše simble brzinom 8 miliona simbola po sekundi, odrediti prosječnu brzinu prenosa informacije.

$$H(X) = -\frac{1}{2}\log_2(\frac{1}{2}) - \frac{1}{4}\log_2(\frac{1}{4}) - \frac{1}{8}\log_2(\frac{1}{8}) - \frac{1}{8}\log_2(\frac{1}{8}) = 1.75$$

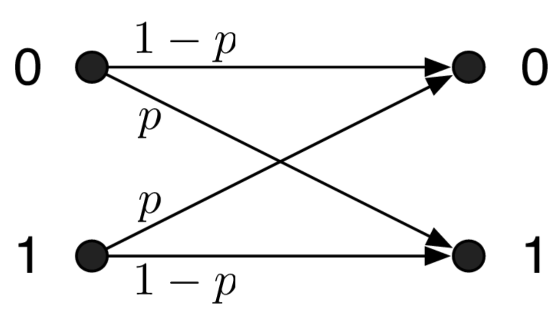
$$R = 8{,}000{,}000 \cdot 1.75 = 14 \cdot 10^6\ b/s = 14M\ b/s$$

KAPACITET KANALA

- Kapacitet kanala je maksimalna uzajamna informacija za sve raspodjele ulaznih simbola:

$$C = \max_{\{p(x_i)\}} I(X,Y)$$

- Zavisi samo od vjerovatnoća prelaska u kanalu.
- Neka je dat binarni simetrični kanal bez memorije, na čijim su ulazima prisutni simboli $x_o = 0$ i $x_1 = 1$, dok se na izlazima dobijaju simboli $y_o = 0$ i $y_1 = 1$. To znači da *i*-ti simbol na izlazu zavisi samo od i-tog imbola na ulazu, a ne i od sekvence prethodnih simbola. Dijagram prelaska u posmatranom kanalu ima oblik:



KAPACITET KANALA

- Uzajamna informacija data je izrazom $I(X,Y) = H(Y) - H(Y|X)$, gdje je:

$$H(Y|X) = \sum_{i,j} P(x_i, y_j)\log_2\left[\frac{1}{P(y_j|x_i)}\right] = \sum_i P(x_i) \sum_j P(y_j|x_i)\log_2\left[\frac{1}{P(y_j|x_i)}\right] =$$

$$= \sum_i P(x_i)[(1-\mathrm{p})\log_2\left(\frac{1}{1-p}\right) + p\log_2\left(\frac{1}{p}\right)]$$

- Entropija $H(Y)$ ima maksimalnu vrijednost jedan, što odgovara slučaju $P(y_o) = P(y_1) = 1/2$, a zbog simetrije kanala tada važi i $P(x_o) = P(x_1) = 1/2$.
- Kapacitet binarnog simetričnog kanala je:

$$C = I(X,Y)_{\mathrm{P}(x_o)=\mathrm{P}(x_1)=1/2} = 1 + (1-\mathrm{p})\log_2(1-\mathrm{p}) + p\log_2 p$$

- Ako u kanalu ne postoji šum, vjerovatnaća prelaska je jednaka nuli i kapacitet kanala ima maksimalnu vrijednost.
- Minimalni kapacitet binarnog simetričnog kanala je 0 bita, kada vjerovatnoća prelaska iznosi P=1/2. Drugim riječima, kanal tada nije upotrebljiv.

DISKRETNI IZVORI SA MEMORIJOM

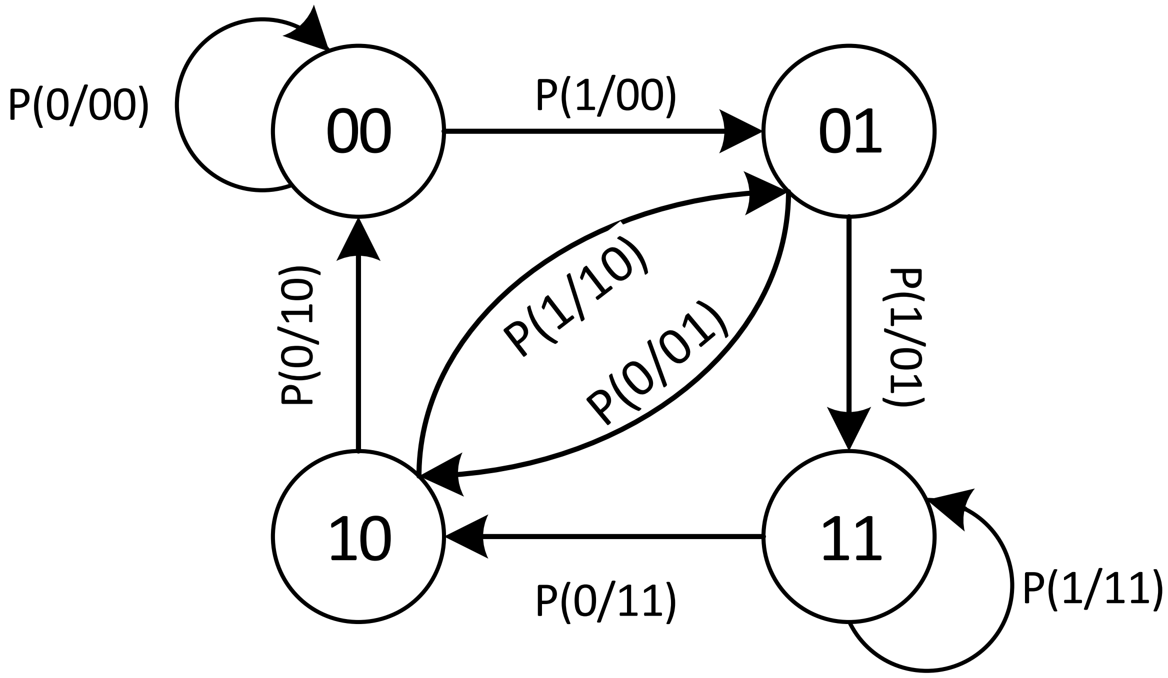
- Markovljevi izvori – simboli nisu statistički nezavisni.
- Vjerovatnoća pojavljivanja nekog simbola u Markovljevom izvoru zavisi i od prethodnog stanja izvora, odnosno prethodno generisanih simbola.
- Stepen pamćenja, odnosno veličina memorije, izvora izražava se brojem prethodno generisanih i zapamćenih simbola.
- **Markovljev izvor *k*-tog reda** – izvor koji pamti ***k*** simbola.
- Ukoliko Markovljev izvor *k*-tog reda sadrži *q* simbola, vjerovatnoća pojavljivanja proizvoljnog simbola s_i je uslovljena nizom od *k* prethodno generisanih simbola:

$$P(s_i|s_{j1}, s_{j2}, \ldots s_{jk}), \quad i, j = 1,2, \ldots, q$$

- Niz od *k* prethodnih simbola, koje izvor pamti, definiše određeno **stanje izvora** u posmatranom trenutku.
- Sa *q* različitih simbola Markovljev izvor *k*-tog reda može da ima q^k različitih stanja, pri čemu je vjerovatnoća jednog stanja:

$$P(s_{j1}, s_{j2}, \ldots s_{jk}), \quad j = 1,2, \ldots, q$$

MARKOVLJEVI IZVORI



Dijagram stanja binarnog Markovljevog izvora drugog reda.

MARKOVLJEVI IZVORI

- Ukoliko posmatramo Markovljev izvor k-tog reda sa q simbola, koji se nalazi u stanju $(s_{j1}, s_{j2}, \ldots s_{jk})$ i iz tog stanja generiše simbol s_i, količina informacije koju sadrži s_i iznosi:

$$Q(s_i|s_{j1}, s_{j2}, \ldots s_{jk}) = \log_2 \frac{1}{P(s_i|s_{j1}, s_{j2}, \ldots s_{jk})}$$

- Prosječna količina informacije koja se dobija generisanjem bilo kog simbola dok se izvor nalazi u stanju $(s_{j1}, s_{j2}, \ldots s_{jk})$, određuje se usrednjavanjem gornjeg izraza po svim mogućim simbolima izvora:

$$H(S^k/s_{j1}, s_{j2}, \ldots s_{jk}) = \sum_{i=1}^{q} P(s_i|s_{j1}, s_{j2}, \ldots s_{jk}) Q(s_i|s_{j1}, s_{j2}, \ldots s_{jk})$$

i naziva se **parcijalna entropija Markovljevog izvora**. Ona označava srednji broj bita po jednom simbolu izvora, dok se izvor nalazi u jednom određenom stanju.

- Srednji broj bita po jednom simbolu, bez obzira u kom stanju se izvor nalazi, je:

$$H(S^k) = \sum_{S^k} P(s_{j1}, s_{j2}, \ldots s_{jk}) H(S^k|s_{j1}, s_{j2}, \ldots s_{jk})$$

KONTINUALNI IZVOR INFORMACIJA

- Svaki kontinualni slučajni proces može da predstavlja kontinualan izvor informacija.
- Pri kontinualnoj promjeni stanja izvora nema smisla govoriti o vjerovatnoći pojavljivanja jednog određenog stanja, već se koristi gustina vjerovatnoće stanje p(s), pri čemu mora biti ispunjen uslov:

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(s) ds = 1$$

- Analogno izrazu za entropiju diskretnog izvora, entropija kontinualnog izvora može se definisati kao:

$$H(s) = \int_{-\infty}^{\infty} p(s) \log_2 \left[\frac{1}{p(s)}\right] ds.$$

- Analizom ovog izraza može se uočiti da entropija kontinualnog izvora, u zavisnosti od gustine vjerovatnoća stanja *p(s),* može da postane beskonačno velika, što nema smisla. Stoga, moraju se uvesti određena ograničenja za *p(s)*.
- Od praktičnog interesa su sledeća dva tipa kontinualnih izvora informacija:
  - Opseg mogućih amplituda stanja izvora je ograničen, i
  - Srednja kvadratna vrijednost slučajnog procesa je ograničena.

KONTINUALNI IZVOR INFORMACIJA

- Saglasno gornjim uslovima, pod pretpostavkom da se vrijednosti amplitude stanja izvora nalaze u opsegu $(-U_L, U_L)$, njegova entropija iznosi:

$$H(s) = \int_{-U_L}^{U_L} p(s) \log_2 \left[\frac{1}{p(s)}\right] ds.$$

- Maksimalna vrijednost etropije odgovara slučaju kada imamo uniformnu funkciju gustinu vjerovatnoće trenutnih vrijednosti izvora:

$$\mathrm{p}(s) = \begin{cases} \frac{1}{2U_L}, & |s| \leq U_L \\ 0, & |s| > U_L \end{cases}$$

- Maksimalna vrijednost etropije kontinualnog, **amplitudski ograničenog** izvora je:

$$H(S)_{\max} = \int_{-U_L}^{U_L} \frac{1}{2U_L} \log_2(2U_L) ds = \log_2(2U_L)$$

KONTINUALNI IZVOR INFORMACIJA

- Svi prirodni izvori informacija imaju konačnu i ograničenu srednju snagu:

$$\bar{s^2} = \int_{-\infty}^{\infty} s^2 p(s) ds < \infty$$

  pri čemu amplitudski opseg u opštem slučaju ne mora biti ograničen.

- Maksimalna vrijednost kontinualnog izvora informacija zadovoljava uslov:

$$H(S) \leq \frac{1}{2}\log_2(2\pi e \bar{s^2})$$

- Znak jednakosti važi samo u slučaju kada je argument logaritma jednak jedan, tj. kada je funkcija gustine vjerovatnoće Gausova funkcija:

$$p(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\bar{s^2}}} e^{-s^2/2\bar{s^2}}$$

KODIRANJE

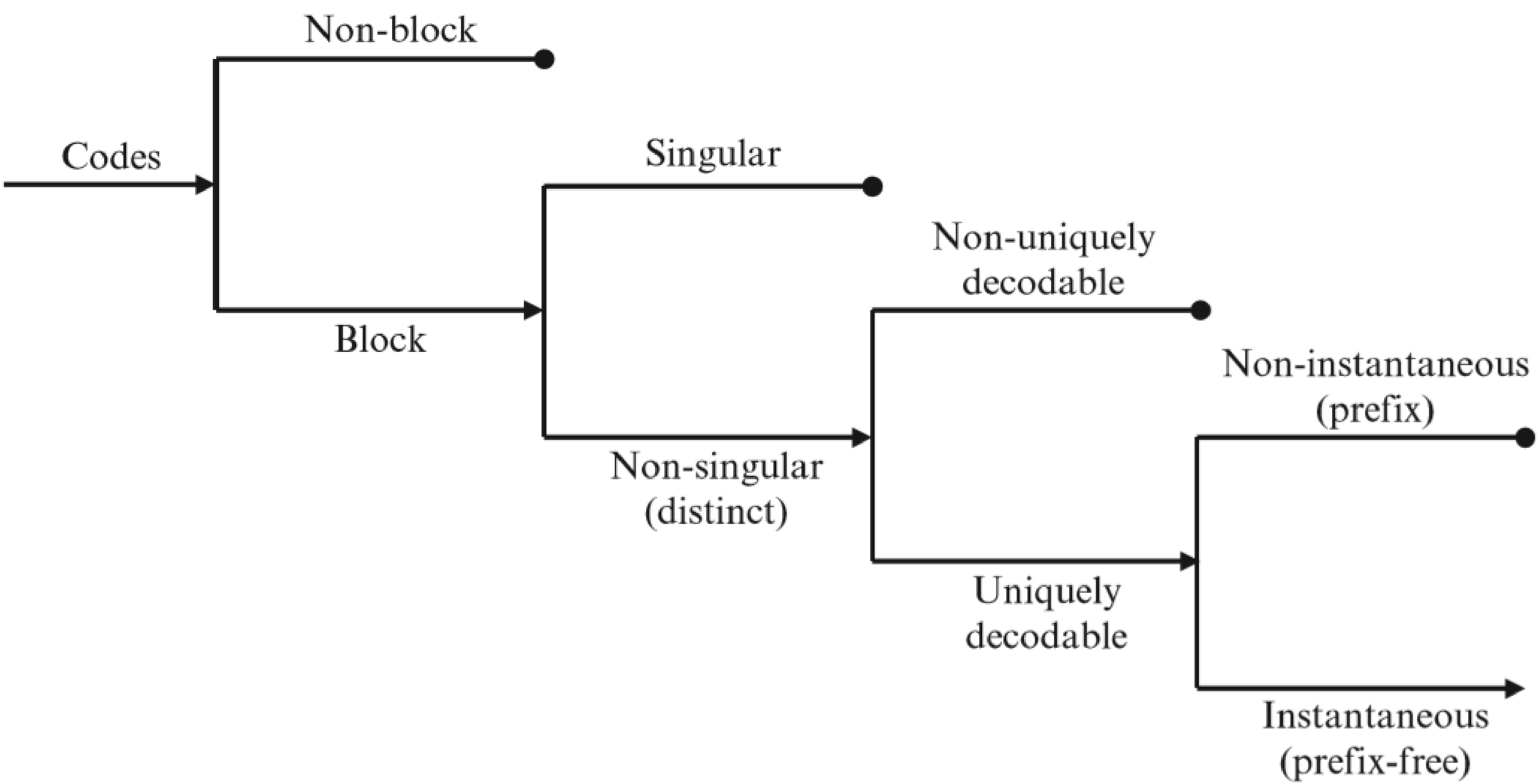
- Zašto vršimo kodiranje?

1. Kodiranje radi kompresije (izbacivanje redundanse)
2. Kodiranje u cilju kvalitetnog prenosa u uslovima šuma na kanalu (dodavanje redundanse)
3. Kodiranje radi zaštite privatnosti - poruke su dostupne samo autorizovanim koisnicima

KLASIFIKACIJA IZVORNIH KODOVA

- **Blok kodovi**: svaki simbol izvora mapira se u fiksnu sekvencu bita (kodnu riječ)
- **Kodovi fiksne dužine**: svaki simbol izvora kodira se sa blokom bita fiksne dužine.
- **Kodovi varijabilne dužine**: simbolima odgovaraju kodne riječi različite dužine
  - Simboli koji se pojavljuju sa većom vjerovatnoćom kodiraju se sa manje bita
- **Nesingularni kodovi**: različitim simbolima izvora korespondiraju različite kodne riječi
  - Ovo nije dovoljan uslov za jednoznačnu dekodabilnost
- **Prefiksni kodovi**: ni jedna kodna riječ nije prefiks nekoj dugoj kodnoj riječi
  - Kodna riječ može se dekodirati odmah po prijemu (trenutni kodovi)
  - Ukoliko je broj simbola izvora *K*, pri čemu se svaki simbol s_i mapira sa kodnom riječju dužine l_i, neophodan uslov za postojanje prefiksnog koda je definisan Kraftovom nejednakošću: $\sum_{i=1}^{K} 2^{-l_i} \leq 1$.
- **Jednoznačno dekodabilni kodovi**: bilo koja konačna sekvenca kodnih riječi jednoznačno odgovara jednoj poruci izvora.
- **Prošireni kodovi**: više simbola se kodira odjednom

KLASIFIKACIJA IZVORNIH KODOVA



KOMPRESIJA BEZ GUBITAKA

- Simobili koje generišu izvori obično sadrže ogromnu količinu redudantnih informacija
- Potrebno je minimizovati redudansu da bi se komunikacioni resursi što optimalnije koristili
- Proces uklanjanja redudanse se naziva kompresija i transparentan je u odnosu na korisnika
- Postoje dva različita mehanizma za kompresiju podataka bez gubitaka:
  - **Entropijsko kodiranje** – zahtijeva poznavanje statistika poruka (npr. Huffman kod)
  - **Univerzalno kodiranje** – ne zahtijeva poznavanje statistika poruka (npr. Lempel-Ziv kod)

ŠENONOVA TEOREMA IZVORNOG KODIRANJA

- Izvorno kodiranje je postupak konvertovanja izlaza DMS sistema u sekvencu bita, pri čemu je neophodno ispuniti uslov jedinstvene dekodabilnosti sekvence. Cilj je minimizovati prosječni broj bita po simbolu smanjivanjem redudanse izvora.
- Pretpostavimo da binarna kodna riječ kojom se kodira simbol s_i ima dužinu l_i bita. Ukoliko se symbol s_i generiše sa vjerovatnoćom P_i, a boj informacionih simbola izvora je q, prosječna dužina kodne riječi se definiše kao:

$$\bar{L} = \sum_{i=1}^{q} P_i l_i$$

- Ukoliko se sa L_{min} označi minimana moguća vrijednost $\bar{L}$, efikasnost koda se definiše kao:

$$\eta = \frac{L_{\min}}{\bar{L}} \leq 1$$

  Kod veoma efikasnih kodova efikasnost teži jedinici.
- Šenonova teorema izvornog kodiranja daje odgovor na fundamentalno pitanje kako odrediti $L_{\min}$.

ŠENONOVA TEOREMA IZVORNOG KODIRANJA

- "*Nemoguće je izvršiti kompresiju a da prosječana dužina kodne riječi bude manja od entropije izvora datih simbola, ili će doći do gubitka informacije. Međutim, moguće je vršiti kompresiju gdje će broj bita po simbolu biti približan entropiji izvora, sa malom vjerovatnoćom gubitka informacije*".
- Šenonova teorema definiše granice moguće kompresije podataka.
- Ukoliko posmatramo DMS izvor čija je entropija H(X), prosječna dužina kodne riječi je ograničena na sledeći način:

$$H(X) \leq \bar{L} \leq H(X) + 1$$

- Ukoliko se kodiranje vrši na nivou sekvence od *n* bita (prošireni kodovi *n*-tog reda):

$$H(X) \leq \bar{L} \leq H(X) + 1/\mathrm{n}$$

- Teorema pokazuje da ukoliko kodiramo sekvencu izvora pomoću koda sa određenim alfabetom možemo sigurno dekodiranjem dobiti izvorne simbole.

ŠENONOVA TEOREMA KANALNOG KODIRANJA

- Intuitivno možemo zaključiti da kako raste brzina prenosa kroz komunikacioni kanal tako raste i broj grešaka u sekundi.
- Šenonova teorema kaže da svaki komunikacioni kanal nudi neku maksimalnu brzinu prenosa informacija C, koja se zove kapacitet kanala.
- Ako je brzina prenosa informacija $R = rH(X)$ manja od kapaciteta kanala C, onda se upotrebom odgovarajućih tehnika kodiranja može postići prenos proizvoljno male vjerovatnoće greške.
- Ova tvrdnja važi čak i u uslovima prisustva šuma.
- Ako je brzina prenosa informacija R veća od C, onda se greške ne mogu izbjeći nezavisno od načina kodiranja.

KAPACITET KANALA SA GAUSOVIM ŠUMOM

- Primjena Šenonove teoreme na kanal ograničeneog propusnog opsega kroz koji se prenose poruke uz prisustvo aditivnog bijelog Gausovog šuma daje sledeću relaciju za kapacitet kanala:

$$\mathrm{C} = B\log_2(1 + \frac{S}{N})$$

gdje je B širina propusnog opsega kanala, a $\frac{S}{N}$ odnos snage korisnog signala i snage šuma.

- Prethodni izraz je intuitivno jasan: kako širina propusnog opsega raste, moguće je i brže slati informacione simbole, pa je i kapacitet kanala veći.
- Prema navedenom izrazu, ako nema šuma onda je odnos signal/šum (S/N) jednak besknačnosti, pa se dobija beskonačni kapacitet nezavisno od širine propusnog opsega.
- Treba napomenuti da beskonačna širina propusnog opsega ne omogućava beskonačan kapacitet jer se uz veću širinu propusnog opsega povećava i snaga šuma, pa opada odnos S/N.